

Planetenbewegung und die Gesetze der Mechanik

– Projekt am Girl's Day, 14. April 2011 –

Leitung: Florian Scheck
Professor für Theoretische Physik
Theoretische Hochenergiephysik
Johannes Gutenberg-Universität Mainz

1 Theoretische und experimentelle Physik

Seit etwa einhundert Jahren teilt man die Physik in die *experimentierende* und die *theoretische* Physik ein. Die experimentierende ist die Laborphysik, die theoretische Physik arbeitet im weitesten Sinn „mit Bleistift und Papier.“ Aber was tun Experimentalphysiker und Theoretiker genau? Und wie finden Austausch und Wechselwirkung zwischen ihnen statt? Wie kommen die wichtigen Entdeckungen zustande?

1.1 Was ist eigentlich Theoretische Physik?

Früher nannte man jemanden, der über die Natur und ihre Gesetze nachdachte, einen *Naturphilosophen*. So war beispielsweise **Isaac Newton** (1642–1726) ein *natural philosopher*. Auch **René Descartes** (1596–1650), **Galileo Galilei** (1564–1642) und **Gottfried Wilhelm Leibniz** (1646–1716) hätten sich eher als Naturphilosophen denn als Physiker bezeichnet, obwohl sie Mathematiker, Physiker, manchmal auch „echte“ Philosophen oder Astronomen waren.

Erst ab der zweiten Hälfte des 18. Jahrhunderts gab und gibt es „Physiker“ im heutigen Sinne, hier einige Beispiele aus dem Gebiet der elektrischen und magnetischen Erscheinungen: **Charles Augustin Coulomb**, **Hans Christian Ørsted**, **André Marie Ampère**, **Michael Faraday**.

Viele von diesen haben grundlegende Experimente durchgeführt, aber alle haben über deren Ergebnisse nachgedacht und versucht, diese in einfache mathematische Gesetze umzusetzen.

Frage: Kennst du Gesetze, die mit diesen Namen verbunden sind?

Heute unterscheiden wir zwischen **Experimentalphysik** und **Theoretischer Physik**. In der Experimentalphysik baut man Apparate auf, die von einfachen optischen Instrumenten auf einem Labortisch bis hin zu riesigen Detektoren an den großen Beschleunigern reichen, macht Messungen damit und wertet die Ergebnisse mit Blick auf konkrete Fragestellungen aus.

Die Theoretische Physik ist eigentlich eine mathematische Physik, weil man hier – ohne selbst Experimente durchzuführen – versucht, die beobachteten Phänomene auf einfache Gesetze und Zusammenhänge zurück zu führen. Aus den „erratenen“ Grundgesetzen leitet man neue Konsequenzen her, die in weiteren Versuchen getestet werden und die etwas über den Anwendungsbereich der Formeln aussagen.

Viele der Physiker, die Ihr dem Namen nach kennt, waren (bzw. sind) *theoretische* Physiker: **Max Planck**, **Niels Bohr**, **Albert Einstein**, **Werner Heisenberg**, **Steven Hawking**s.

Frage: Kennst du Namen von Physikern, die besonders als experimentelle Physiker bekannt wurden?

Heute studieren junge Leute zunächst einfach Physik. Ihr hört sowohl theoretische als auch experimentelle Vorlesungen sowie Mathematikurse und absolviert (experimentelle) Praktika bis zum Diplom- bzw. einem Bachelor/Master-Abschluss. Erst in der Abschlussarbeit und eventuell danach, bei einer Doktorarbeit, kommt die Spezialisierung auf eines der vielen Teilgebiete der Experimentalphysik oder der Theoretischen Physik.

1.2 Forschung mit „Bleistift und Papier“, wie geht das?

Die innere Logik der Naturgesetze ist so klar und ihre mathematische Struktur ist so zwingend, dass man tatsächlich „mit Bleistift und Papier“ die Grundlagen eines Gebiets und die beobachtbaren Folgerungen daraus erforschen kann. Dieses „mit Bleistift und Papier“ ist natürlich etwas symbolisch gemeint. In Wirklichkeit heißt dies, dass man

1. die Phänomene, die das Experiment untersucht hat, gut kennt;
2. mindestens soviel Mathematik kann, dass man ein neues Gesetz formulieren und Folgerungen daraus berechnen kann;
3. mit viel Nachdenken und Intuition das Wesentliche erkennt und womöglich Zusammenhänge mit bereits Bekanntem herstellen kann;
4. in der „Bleistift-und-Papier“-Forschung auch viel Rechenarbeit und oft auch raffiniertes Programmieren auf schnellen Computern leisten muss;
5. die erhaltenen oder erratenen Gleichungen „lesen“ kann, d.h. wirklich versteht, was sie uns sagen wollen (Beispiel: Quantentheorie!).

Es geht ja immer darum, eine Gleichung zu finden, die einfach ist und die so viele Erscheinungen wie möglich einheitlich beschreibt!

2 Unser Planetensystem: Die Kepler'schen Gesetze

Eine (fast) selbstverständliche Voraussetzung:

Der Raum, in dem sich die Sonne und die Planeten unseres Sonnensystems bewegen, ist ein flacher Euklidischer Raum, d.h. ein Raum, in dem Euklids *Parallelenaxiom* gilt.

In diesem Raum ist die kürzeste Verbindung zwischen zwei Punkten die Gerade. Die natürliche (kräftefreie) Bewegung geht immer entlang von Geraden und hat konstante Geschwindigkeit.

Bemerkung: Das ist eigentlich nicht ganz wahr: Wir leben auf einer Kugeloberfläche, auf der die kürzeste Verbindung zwischen zwei Punkten ein Stück eines *Großkreises* ist. (Siehe später!)

2.1 Die Kepler'schen Gesetze der Planetenbewegung

- (I) *Die Bahnen der Planeten sind Ellipsen.
Die Sonne steht in einem der beiden Brennpunkte.*

Die Ellipse hat zwei Brennpunkte, F_1 und F_2 , siehe Abb. 1. Ihre Form wird durch die große Halbachse a und die kleine Halbachse b charakterisiert. Wenn diese gleich sind, $a = b$, dann ist die Ellipse ein Kreis. Die Sonne steht in einem der Brennpunkte, F_1 , der Planet P wandert um sie herum und durchläuft die ganze Ellipse einmal in der Umlaufzeit T . Seine Geschwindigkeit variiert entlang der Bahn gemäß dem zweiten Kepler'schen Gesetz:

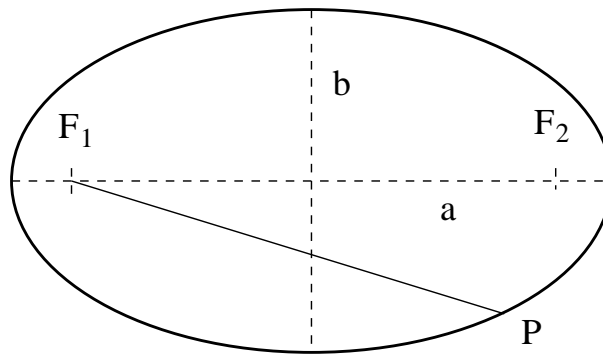


Abbildung 1: Eine Ellipse

- (II) Die (gedachte) Verbindungslinie von der Sonne zum Planeten überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen.

Dies ist in Abb. 2 gezeichnet: Es sind die Positionen des Planeten zu vier verschiedenen Zeiten eingezeichnet, wobei die Zeit für die Reise von P nach P' genauso lang wie die für die Reise von P'' nach P''' sein soll. Die Geschwindigkeit des Planeten ist kleiner, wenn er sich weit weg von der Sonne befindet und umso größer, je näher er ihr kommt.

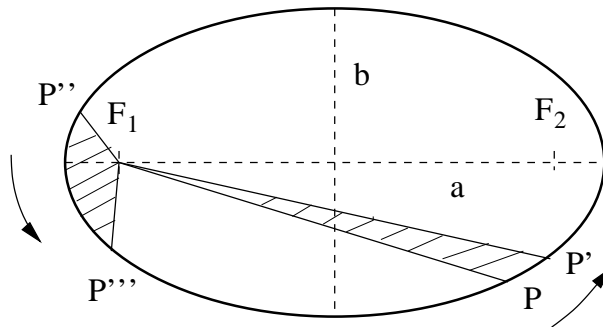


Abbildung 2: Zum Kepler'schen Flächensatz

Den Punkt der größten Annäherung an die Sonne nennt man das *Perihel(ion)*, den Punkt der größten Ferne das *Aphel(ion)*.

Ich habe das Perihel in Abb. 3 mit P_0 bezeichnet (und entsprechend das Aphel mit A_0), weil eine Störung – durch Einwirkung der anderen Planeten oder durch Effekt der Allgemeinen Relativitätstheorie – das Perihel zum Wandern bringen wird. Nach einem Umlauf wird es bei P_1 etwas vor oder hinter P_0 liegen, nach zwei Umläufen bei P_2 usw. So entsteht anstelle der Kepler-Ellipse eine Rosettenbahn, die in Abb. 4 (stark übertrieben) skizziert ist.

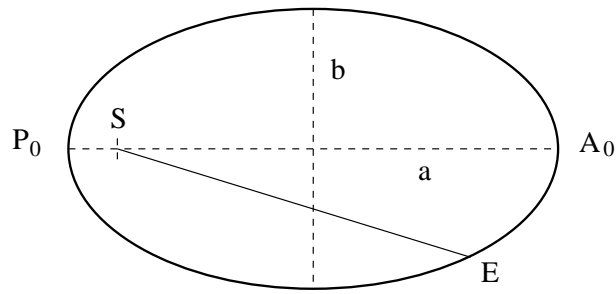


Abbildung 3: Perihel (Sonnennähe) und Aphel (Sonnenferne)

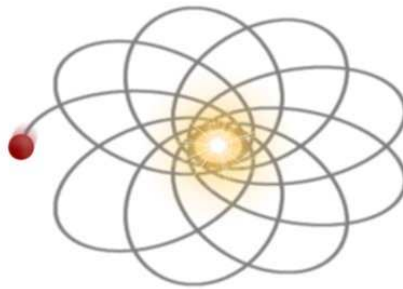


Abbildung 4: Rosettenbahn eines Planeten

Bemerkung für die, die darüber schon mehr wissen: Der Flächensatz ist, in moderner Sprache ausgedrückt, nichts anderes als die Erhaltung des Drehimpulses. Der Drehimpuls steht auf der Ebene senkrecht, die vom Impuls \vec{p} und dem Ortsvektor \vec{r} aufgespannt wird. Er hat die Länge $|\vec{l}| = |\vec{p}||\vec{r}| \sin \phi$, wo ϕ der Winkel zwischen \vec{p} und \vec{r} ist. Dies erklärt auch, warum die ganze Bahn des Planeten in einer *Ebene* liegt.

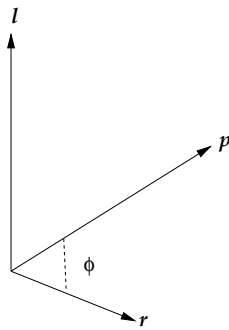


Abbildung 5: Der Drehimpuls \vec{l} steht senkrecht auf Ort \vec{r} und Impuls \vec{p}

(III) *Das Verhältnis der dritten Potenz der großen Halbachse a zum Quadrat der Umlaufzeit T ist für alle Planeten unseres Planetensystems dasselbe.*

In einer Formel ausgeschrieben:

$$\frac{a^3}{T^2} = \text{const} \simeq \frac{1}{2\pi^2} G_N m_\odot, \quad (1)$$

wo G_N die Newton'sche Konstante und m_\odot die Masse der Sonne ist,

$$G_N = 6,674 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}, \quad m_\odot = 1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg}. \quad (2)$$

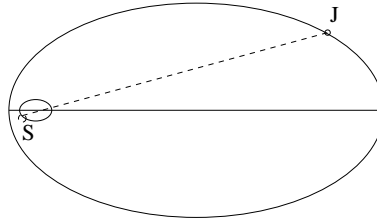


Abbildung 6: Sonne und Jupiter auf ihren Ellipsen

Bemerkung: Aus verschiedenen Gründen ist das erste Kepler'sche Gesetz nicht ganz richtig. Schon in der gewöhnlichen Mechanik bleibt die Sonne streng genommen nicht in Ruhe, sondern bewegt sich ebenfalls auf einer, wenn auch sehr kleinen Ellipse. Beide, der Planet und die Sonne bewegen sich synchron auf Ellipsen, in deren einem Brennpunkt der Schwerpunkt liegt. Diese Ellipsen sind geometrisch ähnlich, ihre großen Halbachsen stehen aber im Verhältnis

$$\frac{m_P}{m_\odot + m_P}. \quad (3)$$

Für Sonne und Jupiter, den schwersten der Planeten, sieht das wie in Abb. 6 gezeichnet aus (auch hier übertrieben).

Frage: Die Masse der Erde $m_E = 5,97 \cdot 10^{24}$ kg ist viel kleiner als die der Sonne

$$m_\odot = 1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg}.$$

Aus Gl. (1) lässt sich die große Halbachse für die Erde ausrechnen und man findet $a_E = 1,5 \cdot 10^{11}$ m. Wie groß ist dann die große Halbachse a_\odot der Sonne auf ihrer Ellipse? (Vergleiche mit dem Radius der Sonne, $R_\odot = 6,96 \cdot 10^5$ km.)

2.2 Größenverhältnisse im Planetensystem

Die wichtigsten Daten für die Planeten unseres Sonnensystems sind in der Tabelle zusammengefasst: Die großen Halbachsen sind im Verhältnis zu der der Erdbahn angegeben, d.h. als Vielfache der sog. *astronomischen Einheit*

$$1 \text{ AE} = 149,6 \cdot 10^6 \text{ km}. \quad (4)$$

Der Buchstabe „d“ steht für Tage (dies), „a“ steht für Jahre (annum), v ist die mittlere Geschwindigkeit auf der Bahn. (Mit Ausnahme des Merkur, der sich auf einer ausgeprägten Ellipse bewegt, sind die Planetenbahnen fast Kreisbahnen.)

Planet	Masse [kg]	Halbachse [AE]	Umlaufzeit	v [km/s]
Merkur	$3,30 \cdot 10^{23}$	0,3871	87,969 d	47,9
Venus	$4,87 \cdot 10^{24}$	0,7233	d	35,0
Erde	$5,97 \cdot 10^{24}$	1,00	365,256 d	29,8
Mars	$6,42 \cdot 10^{23}$		686,98 d	24,1
Jupiter	$1,90 \cdot 10^{27}$	5,2048	11,869 a	13,1
Saturn	$5,68 \cdot 10^{26}$	9,5756	29,628 a	9,6
Uranus	$8,70 \cdot 10^{25}$	19,281	84,665 a	6,8
Neptun	$1,03 \cdot 10^{26}$	30,142	165,49 a	4,7

Frage: Wenn man wie in der Tabelle die Halbachse a_P eines Planeten P in Einheiten von $a_E = 1 \text{ AE}$ ausdrückt, seine Umlaufzeit T_P in Einheiten der Umlaufzeit der Erde $T_E = 1 \text{ a} = 365,256 \text{ d}$, dann gibt das dritte Kepler'sche Gesetz (1)

$$\frac{(a_P/a_E)^3}{(T_P/T_E)^2} = 1. \quad (5)$$

Prüfe diese Gleichung für Neptun, Uranus, Saturn, Jupiter und Merkur nach.
Ergänze die fehlenden Angaben bei Venus und bei Mars.

Bemerkung: Merkur ist der einzige Planet, der einen deutlich messbaren Unterschied zwischen großer und kleiner Halbachse aufweist. Man misst diesen Unterschied in Form der sog. *numerischen Exzentrizität*

$$e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} . \quad (6)$$

Für Merkur ist $e_M = 0,2056$, während für die Erde $e_E = 0,0167$ ist. (Nur Pluto hat einen noch größeren Wert von $e_{\text{Pluto}} = 0,2476$. Man ist sich aber nicht sicher, ob er noch zu den Planeten gezählt werden soll.)

2.3 Die Monde der Planeten drehen sich

Die großen Planeten werden von Monden begleitet, die um ihren Mutterplaneten kreisen. Dabei drehen sie sich in einer charakteristischen Weise um ihre eigene Achse.
Ein wichtiges Beispiel: Unser Mond:

Frage: Es ist Euch sicher bekannt, dass der Mond uns immer dieselbe Seite zeigt. Was bedeutet dies für die Zeit, die er für eine vollständige Umdrehung um die eigene Achse braucht, im Verhältnis zur Umlaufzeit auf seiner Bahn?

Etwas zum Nachdenken: Die Mondkugel ist nicht ganz starr. Aufgrund der Anziehung durch die Erde gibt es eine Art Flut und Ebbe der Mondmaterie. Dabei tritt Reibung von Materie an Materie auf, die einen kleinen Teil der Bewegungsenergie verbraucht, die in der Drehung des Mondes um seine Achse steckt. Auch wenn der Mond vor Urzeiten, als er von der Erde eingefangen wurde, schneller rotierte als heute, kann man (mit Bleistift und Papier!) zeigen, dass er nur solange abgebremst wird, bis die Rotation synchron mit der Bahnbewegung wird. Dann zeigt er uns tatsächlich immer dasselbe Gesicht.

3 Ideen der Allgemeinen Relativitätstheorie und der Kosmologie

Wenn man sich die Erde als sehr große, flache Scheibe vorstellt, dann fallen alle Körper auf Parallelen und gleich schnell (Galilei), wie in Abb. 7 skizziert.

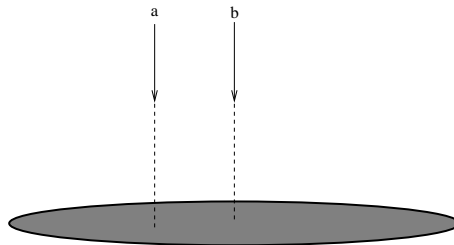


Abbildung 7: Die Erde als Scheibe

Dies stellt ein relativ zur Erde ruhender Beobachter fest: Die Erdscheibe zieht alle Körper über die Gravitationskraft an; die Erdbeschleunigung ist überall dieselbe. Ein anderer, mitfallender Beobachter sieht dagegen alle Körper in Ruhe und kommt zum Schluss, dass gar keine Kraft vorhanden ist. Diese Feststellungen bedeuten, dass *schwere* Masse und *träge* Masse wesensgleich sind, d.h. bei richtiger Wahl der physikalischen Einheiten,

schwere Masse = träge Masse.

Dies ist ein Ausdruck des **Äquivalenzprinzips** – in einer schwachen Form.

3.1 Eine neue Geometrie

Da die Erde in Wirklichkeit die bekannte Kugelform hat, zeigt das Bild der Abb. 8 sofort, dass fallende Körper *a* und *b* nicht auf Parallelen fliegen, sondern auf Geraden, die zum Mittelpunkt der Erde gerichtet sind und die sich im Laufe der Zeit einander annähern. Gibt man einem Körper noch eine Anfangsgeschwindigkeit tangential zur Erdoberfläche, dann ist die Fallkurve nicht einmal mehr eine Gerade (zeichne eine solche Fallkurve in das Bild, also eine etwas veränderte „Wurfparabel“).

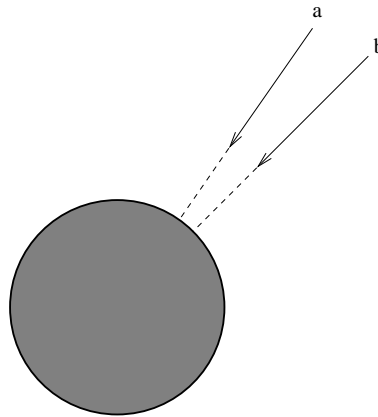


Abbildung 8: Freies Fallen über der Erde

Allerdings, wenn die zwei Körper sich nahe kommen und wenn man sich nur ihre unmittelbare Nachbarschaft anschaut, dann sehen die Verhältnisse wie im ersten Fall aus. Man kann nicht wirklich unterscheiden, ob die Körper beschleunigt fallen oder (für einen mitfallenden Beobachter) ob sie gar keine Kraft spüren. Dies ist der Inhalt des **Starken Äquivalenzprinzips** von A. Einstein.

In kleinen Umgebungen kann man den Beobachter so wählen, dass lokal keine Gravitationskräfte sichtbar sind.

Wenn aber die Anwesenheit einer großen Masse (in unserem Beispiel die Erde) dazu führt, dass freie Fallbewegungen keine parallelen Geraden mehr sind, dann hat sich möglicherweise die *Geometrie* in ihrer Nachbarschaft geändert. Der Raum ist nicht mehr Euklidisch, das Parallelenaxiom gilt nicht mehr.

Tatsächlich gibt es eine Geometrie, die das Äquivalenzprinzip perfekt realisiert und die genau auf die Physik zugeschnitten ist: Die **Riemann'sche Geometrie** mit drei Raum- und einer Zeitvariablen.

Frage: Finde den Vornamen und die Lebensdaten von Riemann heraus. Welchen Beruf hatte er?

3.2 Einsteins Gleichung der Gravitation

Die grundlegende Idee der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART) ist eigentlich einfach (wie viele geniale Ideen der Wissenschaftsgeschichte!). Einstein kannte die Gleichungen

von **Maxwell**, die die elektrischen und magnetischen Felder aus den vorgegebenen elektrischen Strömen und Ladungen liefern. Die *Maxwell'schen Gleichungen* haben die Form

$$\boxed{\text{Funktion (E- und H-Feldern)} = \text{Strom- und Ladungsquellen.}}$$

Auf der linken Seite stehen die elektrischen und magnetischen Felder als die unbekannt Variablen, auf der rechten Seite steht die Materie (Elektronen, Ionen, makroskopische geladene Objekte usw.). Die Ladungen und Ströme bestimmen die elektrischen und magnetischen Felder E und H .

Wenn die Anwesenheit großer Massen die ursprünglich Euklidische Geometrie „verbiegt“, dann gilt vielleicht eine ähnliche Gleichung, die Gravitationsfelder mit vorhandenen Massen und Energien verknüpft,

$$\boxed{G \text{ (Gravitationsfeld)} = T \text{ (Massen, Energien).}}$$

(Es kommen Massen und Energien vor, weil nach der Speziellen Relativitätstheorie (SRT) Masse und Energie äquivalent sind, denke an $E = mc^2$!)

Diese Gleichung hat ungeheuer weitreichende Konsequenzen. Für das einfache Beispiel der Abb. 7 kann man sie exakt lösen, wie **Karl Schwarzschild** schon kurze Zeit nach der Entdeckung der Einstein'schen Gleichung gezeigt hat. Angewandt auf die Sonne als große, zentrale Masse liefert die Schwarzschild-Lösung in sehr guter Näherung die Kepler'sche Planetenbewegung. Allerdings ist die Ellipse nicht perfekt, die Bahn des Planeten zeigt eine kleine positive Drehung des Perihels aufgrund der nicht-Euklidischen Geometrie, die von der Sonne bestimmt wird. Beim *Merkur*, der ja als Einziger eine ausgeprägte Ellipsenbahn durchläuft, ist dieser Effekt der *Periheldrehung* messbar. Das ist zwar eine lange Geschichte, weil man alle Korrekturen berechnen muss, die Vorhersage aus der ART ist aber in perfekter Übereinstimmung mit der Messung.

Eine weitere Vorhersage, die schon bald nach Aufstellung der Gleichung nachgeprüft wurde, ist die *Lichtablenkung* an der Sonne. Diese Effekte und alle anderen, aus der ART hergeleiteten Phänomene, sind in vollkommener Übereinstimmung mit den Messungen.

Schließlich gibt die Schwarzschild-Lösung einen ersten Hinweis auf die Existenz eines *Schwarzen Loches* in ihrem Zentrum. Das ist eine unvermeidliche Konsequenz der Einstein'schen Gleichung. Dieses schwarze Loch wird charakterisiert durch einen „Ereignishorizont“ beim Radius

$$r_S = 2 \frac{1}{c^2} G_N M, \quad (7)$$

den man nicht unbeschadet unterschreiten kann. Dabei ist c die Lichtgeschwindigkeit, $c \simeq 300.000 \text{ km/s}$, G_N die Newton'sche Konstante aus Gl. (2) und M die Masse der großen Kugel. Für unsere Sonne muss man sich aber keine Sorgen machen: Setzt man die Zahlen für c , G_N und $M_\odot = 1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ ein und vergleicht dies mit der sichtbaren Ausdehnung der Sonne $R_\odot = 6,96 \cdot 10^5 \text{ km}$ so findet man

$$r_S^\odot = 2,95 \text{ km} \ll R_\odot = 6,96 \cdot 10^5 \text{ km}. \quad (8)$$

Nur wenn diese beiden Radien vergleichbar wären, oder wenn r_S^\odot größer als R_\odot wäre, würden wir das Sonnenlicht nicht mehr sehen. Auch würden andere schreckliche Dinge passieren!

3.3 Der Weg in die Kosmologie

Wenn man erst einmal die Ergebnisse der beobachtenden Astronomie zur Verfügung hat und wenn man die Tragweite der Einstein'schen Gleichung verstanden hat, dann kann man modellhaft den Aufbau des Kosmos und seine Entwicklungsgeschichte herleiten. „Modellhaft“ deshalb, weil man natürlich nicht die ungeheuer große Anzahl der wirklich vorhandenen Galaxien und Galaxienhaufen in allen Einzelheiten darstellen kann. Was man definitiv weiß, ist die heutige *Expansion* des Universums: Die Galaxien um uns herum bewegen sich von uns weg. Je weiter sie von uns entfernt sind, um so größer ist ihre Fluchtgeschwindigkeit.

Frage: Wenn das Universum statisch wäre, dann müsste der Himmel auch in der Nacht taghell sein. Dies ist das Olbers'sche Paradoxon. Lies diese Schlussfolgerung unter dem Stichwort „Olbers'sches Paradoxon“ bei Wikipedia nach.

Die kosmologischen Modelle werden auf zwei Grundannahmen aufgebaut:

1. Unser Platz im Universum ist in keiner Weise ausgezeichnet. Es ist also vernünftig anzunehmen, dass der expandierende Kosmos von jedem anderen Ort des Universums gesehen genauso aussieht. Das ist das sog. *kosmologische Prinzip*.
2. Die Bewegung der Galaxien und Galaxienhaufen beschreibt man durch gleichmäßig verteilten Staub (oder auch durch Flüssigkeit). Dessen Energie, Masse und Fluss steckt in der rechten Seite der Einstein'schen Gleichung.

Bemerkung: Natürlich ist dies nicht alles. In der kosmologischen Physik muss man die Natur der Elementarteilchen und ihre Wechselwirkungen berücksichtigen. Das sind Photonen, Elektronen, Protonen, Neutrinos und andere.

Aus diesen Annahmen und aus der Gültigkeit der Einstein'schen Gleichung lassen sich Gleichungen herleiten (*Friedmann-Lemaître Gleichungen*), die den beobachtbaren Kosmos beschreiben. Je nachdem was man an Materie hineinsteckt (sichtbare Materie, Dunkle Energie, Dunkle Masse), wird ein ewig expandierendes Universum vorhergesagt, das aus einer Art „Urknall“ entstanden ist, oder ein Universum, das nach einer Periode der Expansion wieder in sich zusammenfällt, erneut expandiert usw.

4 Schlussbemerkungen

Allgemeine Relativitätstheorie und Kosmologie geben gute Beispiele für das Zusammenwirken von Beobachtung und Theorie. Natürlich ist das experimentelle Wissen über alles, was im Kosmos im Großen und auf dem Niveau der Elementarteilchen im Kleinen passiert, unverzichtbar. Ohne die großen Fortschritte der Astronomie und der experimentellen Elementarteilchenphysik der letzten vierzig Jahre wüssten wir nicht viel mehr als die Periheldrehung des Merkur und die Lichtablenkung an der Sonne. Über die Entwicklung des Kosmos wüssten wir fast gar nichts (auch wenn diese auch heute noch immer voller Rätsel und ungelöster Probleme ist).

Aber dann greift die Macht der Mathematik: Wenn man einmal die Grundgleichungen hat, dann lassen sich daraus Vorhersagen berechnen, die im Experiment getestet werden können. Sie ergeben oft auch ganz neue, unerwartete Phänomene, die sich auf die *ganze* Physik auswirken. Wie viele andere Bereiche der Physik kann man die ART und die darauf aufbauende Kosmologie tatsächlich mit „Bleistift und Papier“ erforschen!