Theoretische Physik 4
Statistische Physik und Thermodynamik
H. Spiesberger

11. Übungsblatt

Ausgabe: 11.1.2016 Abgabe: Montag, 18.1.2016 Besprechung: 19.-21.1.2016

Aufgabe 31: $(3 + 2)$

Eine gegebene Menge eines idealen Gases verteile sich auf n Behälter gleichen Volumens V_0, die sich auf den Höhen z_1, z_2, ..., z_n über dem Erdboden befinden und durch dünne Rohre verbunden sind. Der i-te Behälter enthalte N_i Gasatome (mit der Masse m) der Temperatur T_i.

a) Wann ist das System im thermischen Gleichgewicht, wenn die Behälter und Rohre wärmeundurchlässig sind?

b) Das System befinde sich in einem Wärmebad der Temperatur T. Wann liegt jetzt Gleichgewicht vor?

Diskutieren Sie die Ergebnisse. *Hinweise:* Überlegen Sie, welche Extremalbedingung für die jeweilige Situation sinnvoll ist. Zur Gesamtenergie des Systems trägt auch die potentielle Energie des Gases im Schwerefeld der Erde bei. Berücksichtigen Sie diese näherungsweise durch die Annahme, dass sich alles Gas im i-ten Behälter auf der Höhe z_i befindet. Wann ist diese Näherung brauchbar? Die Gasmengen in den Röhren seien vernachlässigbar klein. Verwenden Sie $S(T, V, N) = kN \ln(V/N) + Nc_V \ln T + kNs_0$ mit $c_V = 3k/2$ (spezifische Wärme pro Teilchen) und $s_0 =$ konstant.

Aufgabe 32: $(1 + 2)$

Anstatt die Extrema einer Funktion $f(x_1, \ldots, x_n)$ der n abhängigen Variablen $x_1, \ldots, x_n$ unter der Nebenbedingung $g_i(x_1, \ldots, x_n) = 0$ $(i = 1, \ldots, k < n)$ zu bestimmen, kann man ebensogut die Extrema der Funktion $h(x_1, \ldots, x_n, \lambda_1, \ldots, \lambda_k) = f(x_1, \ldots, x_n) + \sum_i \lambda_i g_i(x_1, \ldots, x_n)$ der $n + k$ unabhängigen Variablen $x_1, \ldots, x_n, \lambda_1, \ldots, \lambda_k$ aufsuchen (Methode der Langrangeschen Multiplikatoren).

a) Beweisen Sie diese Aussage.

b) Lösen Sie Aufgabe 31 a) mit Hilfe dieser Methode.

Aufgabe 33: $(1+1+2)$

a) Berechnen Sie den Joule-Thomson-Koeffizienten

$$\left.\frac{\partial T}{\partial P}\right|_H \tag{1}$$

für die Temperaturänderung bei der gedrosselten adiabatischen Expansion eines realen Gases, das der van-der-Waals-Zustandsgleichung gehorcht:

$$P = \frac{kT}{v-b} - \frac{a}{v^2}\,, \qquad v = \frac{V}{N}\,, \tag{2}$$

wobei a und b positive Konstanten sind.

b) Leiten Sie die durch $\partial T/\partial P|_H = 0$ definierte Inversionskurve in der Form $P = P(v)$ her und skizzieren Sie die Gebiete mit positivem und negativem Joule-Thomson-Effekt im P-V-Diagramm. (Zur Erinnerung: positiver Joule-Thomson-Effekt heißt Abkühlung bei Expansion).

c) Zeigen Sie, dass der Joule-Thomson-Effekt für Temperaturen oberhalb von $T = 2a/bk$ immer negativ ist. *Hinweis:* Diskutieren Sie den Verlauf der Inversionskurve im v-T- oder P-T-Diagramm.

Bitte notieren Sie auf den Übungsblättern, wie viel Zeit Sie für die Ausarbeitung Ihrer Lösung benötigt haben.