Theoretische Physik 4
Statistische Physik und Thermodynamik
H. Spiesberger

9. Übungsblatt

Ausgabe: 14.12.2015 Abgabe: Montag, 4.1.2016 Besprechung: 5.-7.1.2016

Aufgabe 24: (3)

In Aufgabe 20 haben Sie die Zustandssumme eines realen Gases untersucht. Die zugehörige freie Energie ist durch

$$F(T,V,N) = -NkT\left\{\ln\frac{V-Nb}{N\lambda^3} + 1 + \frac{Na}{kTV}\right\}$$

gegeben (mit $\lambda = \sqrt{h^2/2\pi mkT}$). Verifizieren Sie dies. Bestimmen Sie die Energie $E(S,V,N)$, indem Sie die entsprechende Legendre-Transformation durchführen. Verwenden Sie gegebenenfalls die Ergebnisse von Aufgabe 20:

$$E(N,T,V) = \frac{3}{2}NkT - a\frac{N^2}{V}\,, \qquad S(E,V,N) = Nk\left(\frac{5}{2} + \ln\frac{V-Nb}{N\lambda^3}\right)\,.$$

Aufgabe 25: $(1+1+1+1)$

Überprüfen Sie, ob folgende Differentiale exakt sind und bestimmen Sie gegebenenfalls die Funktion $F(x_1, x_2)$.

a) $$\mathrm{d}F = \frac{-x_2}{x_1^2+x_2^2}\mathrm{d}x_1 + \frac{x_1}{x_1^2+x_2^2}\mathrm{d}x_2\,;$$

b) $$\mathrm{d}F = (x_2 - x_1^2)\mathrm{d}x_1 + (x_1 + x_2^2)\mathrm{d}x_2\,;$$

c) $$\mathrm{d}F = (2x_2^2 - 3x_1)\mathrm{d}x_1 - 4x_1x_2\mathrm{d}x_2\,.$$

d) Bestimmen Sie einen integrierenden Faktor b für

$$\delta F = x_1\mathrm{d}x_1 + \frac{x_1^2}{x_2}\mathrm{d}x_2\,,$$

so dass $\mathrm{d}G = b\,\delta F$ ein exaktes Differential ist.

Aufgabe 26: (6)

Die kalorische und die thermische Zustandsgleichung für das Photonengas lauten

$$E(T,V) = V\epsilon(T)\,, \qquad P = \frac{1}{3}\epsilon(T)\,, \qquad \epsilon(T) = \epsilon_0 T^4$$

mit einer Konstanten ϵ_0. Berechnen Sie damit die thermodynamischen Potentiale F, H, G als Funktion ihrer natürlichen Variablen. *Hinweis:* Bestimmen Sie zunächst $E(S,V)$. Damit kann man die Entropie als Funktion ihrer natürlichen Variablen, $S(E,V)$, ausdrücken.

Aufgabe 27: (1)

Zeigen Sie mit Hilfe der Gibbs-Duhem-Relation, dass für das großkanonische Potential

$$\Phi(T,V,\mu) = -V\,P(T,\mu)$$

gilt.

Bitte notieren Sie auf den Übungsblättern, wie viel Zeit Sie für die Ausarbeitung Ihrer Lösung benötigt haben.