

**Theoretische Physik 4**  
**Statistische Physik und Thermodynamik**  
H. Spiesberger

**7. Übungsblatt**

Ausgabe: 30.11.2015

Abgabe: Montag, 7.12.2015

Besprechung: 8.-10.12.2015

---

**Aufgabe 20:** (1 + 1 + 1)

Die Zustandssumme eines Systems von  $N$  Teilchen im Volumen  $V$  sei durch

$$Z = \frac{1}{N!} \left( \frac{V - Nb}{\lambda^3} \right)^N \exp \left( \frac{\beta a N^2}{V} \right) \quad (1)$$

gegeben, wobei  $\lambda = \sqrt{h^2/2\pi mkT}$  und  $\beta = 1/kT$  ist und  $a, b$  reelle Konstanten. Bestimmen Sie

- a) die Energie  $E(N, T, V)$ ;
- b) den Druck  $P(N, T, V)$ ;
- c) die Entropie  $S(E, V, N)$ .

**Aufgabe 21:** (1 + 1 + 1 + 1)

Man betrachte ein ideales Gas von  $N$  spinlosen Teilchen der Masse  $m$ , das sich in einem unendlich hohen Zylinder der Grundfläche  $A$  im Schwerfeld der Erde befindet. Die Bodenfläche befinde sich in der Höhe  $z = 0$ . Der Zylinder befinde sich in einem Wärmebad der Temperatur  $T$ . Die Hamilton-Funktion ist

$$H = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\vec{p}_i^2}{2m} + mgz_i \right). \quad (2)$$

- a) Zeigen Sie, dass die Zustandssumme durch

$$Z = \frac{(A/\beta mg)^N}{N! (\lambda_T)^{3N}}, \quad \lambda_T = \frac{h}{\sqrt{2\pi mkT}} \quad (3)$$

gegeben ist ( $\beta = 1/kT$ ).

- b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeitsdichte  $\langle n(z) \rangle = \langle \frac{1}{N} \sum_i \delta(z - z_i) \rangle$  dafür, dass sich ein Gasteilchen in der Höhe  $z$  aufhält.
- c) Bestimmen Sie mit Hilfe des Ergebnisses aus Teilaufgabe b) den Druck  $P(h)$  als Funktion der Höhe  $h$ , indem Sie das mittlere Gewicht der oberhalb von  $h$  befindlichen Gasmenge berechnen (*barometrische Höhenformel*).

- d) Wie ändern sich die Resultate, wenn man berücksichtigen möchte, dass Luft aus einem Gemisch von Gasteilchen unterschiedlicher Masse besteht? Geben Sie Ihre Antwort ohne ausführliche Rechnung.
- 

*Bitte notieren Sie auf den Übungsblättern, wie viel Zeit Sie für die Ausarbeitung Ihrer Lösung benötigt haben.*