

Übungen zur Theoretischen Physik für Lehramtskandidaten I

Blatt 14 – 12.2.2007

53*. Lorentz-Kontraktion (4 P)

Zeigen Sie mit Hilfe der Lorentz-Transformation, dass ein ruhender Stab, von einem bewegten Bezugssystem aus, um den Faktor γ verkürzt erscheint.

54. Lagrangefunktion und Eichtransformationen (6 P)

Die Lagrangefunktion eines Punktteilchens der Masse m und der Ladung q im elektromagnetischen Feld ist gegeben durch:

$$L(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t) = \frac{1}{2}m\dot{\mathbf{x}}^2 + q(\mathbf{A}(\mathbf{x}, t) \cdot \dot{\mathbf{x}} - \Phi(\mathbf{x}, t)) .$$

Zeigen Sie, dass die daraus resultierenden Bewegungsgleichungen eichinvariant sind, obwohl L nicht invariant unter Eichtransformationen ist. Wie erklären Sie das?

55*. Relativistische Form der Maxwell-Gleichungen (6 P)

- (a) Zeigen Sie, dass folgende Gleichungen äquivalent zu den Maxwell'schen Gleichungen sind:

$$\partial_\mu F_{\nu\rho} + \text{zykl.} = 0 \quad \text{und} \quad \partial_\mu F^{\mu\nu} = 4\pi J^\nu .$$

Hierbei ist $F^{\mu\nu}$ der Faraday-Tensor.

- (b) Zeigen Sie, dass $F^\mu = qF^{\mu\nu}u_\nu$ äquivalent zur Lorentz-Kraft ist.
 (c) Zu welchen Gleichungen ist der Ausdruck $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ äquivalent.

56. Die Entdeckung eines magnetischen Monopols! (4 P)

Bei einem kugelförmigen Meteoriten vom Radius a hat man das folgende magnetische Feld gemessen:

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}) = \frac{\kappa}{r^2} \mathbf{e}_r ,$$

mit $\kappa \in \mathbb{R}^+$ und für $r = \|\mathbf{x}\| > a$.

- (a) Zeigen Sie, dass außerhalb des Meteoriten die Divergenz von \mathbf{B} verschwindet.
 (b) Zeigen Sie, dass in der Umgebung des Meteoriten, für $r > a$, kein Vektorpotential \mathbf{A} mit $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ existiert.

Hinweis: Berechnen Sie den Fluss von \mathbf{B} durch eine geschlossene Fläche, die den Meteoriten umfasst. Zeigen Sie dann, dass es einen Widerspruch ergibt, falls tatsächlich überall auf dieser Fläche ein Vektorpotential \mathbf{A} existieren würde und man den magnetischen Fluss auf diese Weise berechnen könnte.