

Übungen zur Theoretischen Physik III

Blatt 11 – 17.7.2006

45*. Eigenschaften von L^2 und L_3 -Eigenzuständen (5 P)

- (a) Berechnen Sie die Schwankungsquadrate $(\Delta L_1)^2$ und $(\Delta L_2)^2$ in einem Eigenzustand Y_{lm} von L^2 und L_3 . Verwenden Sie dazu den Aufsteigeoperator L^+ .
- (b) Zeigen Sie, dass in einem Zustand der Form $R(r)Y_{lm}(\vartheta, \varphi)$ die Operatoren X_1 , X_2 , P_1 und P_2 alle den Erwartungswert 0 haben.
- (c) Beweisen Sie, dass ein Zustand notwendigerweise den Drehimpuls 0 hat, wenn alle drei Komponenten von L gleichzeitig scharf messbar sind.

46*. Dreidimensionaler Harmonischer Oszillator (5 P)

Bestimmen Sie die ersten vier Energieniveaus des dreidimensionalen Harmonischen Oszillators, zusammen mit den entsprechenden Drehimpulsquantenzahlen.

47. Klassifikation der irreduziblen Darstellungen der $SU(2)$ (5 P)

Zeigen Sie, dass die Eigenwerte von J^2 durch $\{j(j+1) : j \in \frac{1}{2}\mathbb{N}_0\}$ gegeben sind.

48. Asymptotische Form der Wellenfunktion in \mathbb{R}^3 (5 P)

Zeigen Sie, dass die asymptotische Lösung des Streuproblems:

$$\psi_{\text{as}}(\mathbf{r}) = e^{ikz} + f(\vartheta) \frac{1}{r} e^{ikr},$$

für $r \rightarrow \infty$ die Schrödingergleichung erfüllt.

49. Lösungen der radialen Schrödingergleichung (5 P)

Berechnen Sie die ersten fünf Energieeigenwerte für ein Teilchen im radialsymmetrischen Potentialkasten in \mathbb{R}^3 :

$$V(r) = \begin{cases} 0 & \text{für } r < a, \\ \infty & \text{für } r \geq a. \end{cases}$$

Bestimmen Sie dabei auch die entsprechenden Drehimpulsquantenzahlen und skizzieren Sie das Energieniveauschema.

50. Einige radiale Wellenfunktionen des H-Atoms (5 P)

Skizzieren Sie die radiale Aufenthaltswahrscheinlichkeit in den Energieeigenzuständen des H-Atoms für die Hauptquantenzahlen der Energie $n \in \{1, 2, 3, 4\}$.